

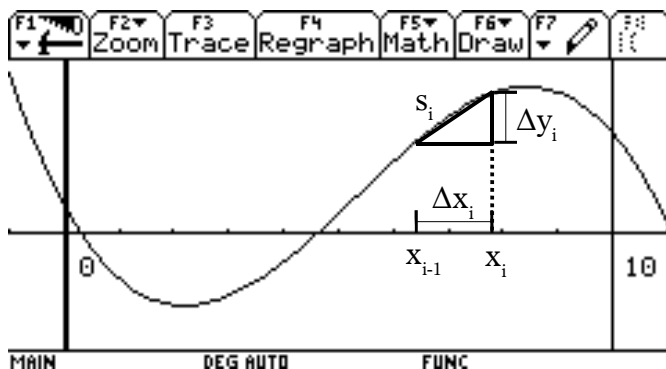
Bogenlänge

(Länge eines Funktionsgraphen und Integral)



Beispiel:

Berechne die Länge s des Funktionsgraphen von f von $f(0)$ bis $f(10)$!



Die Funktion $f(x)$ wird im y-Editor in der Funktion y1 gespeichert. In y2 speichern wir die 1. Ableitung von f .

$$y1 = -\frac{x^3}{8} + 2x^2 - 7x + 2$$

$$y2 = -\frac{3x^2}{8} + 4x - 7$$

$$s \approx \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} =$$

$$= \sum_{i=1}^n \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2} =$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2}}{(\Delta x_i)} \cdot \Delta x_i =$$

$$= \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2} \cdot \Delta x_i$$

Rechne nach!

Wir geben ein:

$$\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{1 + \left(y2 \left(\frac{i \cdot 10}{n} \right) \right)^2} \cdot 10 \right) | n = 10$$

27.6420382195

$$\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{1 + \left(y2 \left(\frac{i \cdot 10}{n} \right) \right)^2} \cdot 10 \right) | n = 100$$

28.1227498397

$$\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{1 + \left(y2 \left(\frac{i \cdot 10}{n} \right) \right)^2} \cdot 10 \right) | n = 1000$$

28.227422533

$$\int_0^{10} \sqrt{1 + (y2(x))^2} dx$$

28.2396675403

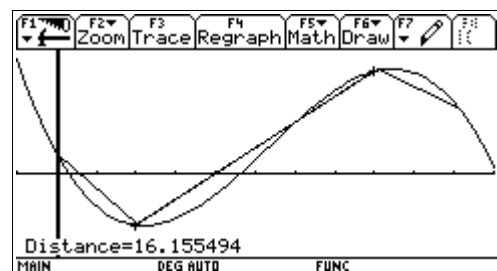
Ersetzt man den Differenzenquotient durch den Differenzialquotient, erhält man schließlich durch Grenzübergang („teile das Intervall in unendlich viele Stücke“):

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + [f'(x_i)]^2} \cdot \Delta x_i =$$

$$= \int_0^{10} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Am Grafikscreen kann man aber die Bogenlänge recht gut näherungsweise prüfen:

<F5 Math> und <Distance> liefert jeweils einen Wert, den man mit <◇>+< h > in den Homescreen speichert:



$$\begin{aligned} & [7.28010988928] \quad [7.28010988928] \\ & [16.1554944214] \quad [16.1554944214] \\ & [3.60555127546] \quad [3.60555127546] \\ & [3.60555127546] + [16.1554944214] + [7.28010988928] \\ & [27.0411555861] \end{aligned}$$

ans(1)+ans(2)+ans(3)

Hinweis: Mit <F5 Math> und <Arc> lässt sich die Bogenlänge im Grafikscreen ebenfalls angeben.