

Standardisierte Normalverteilung



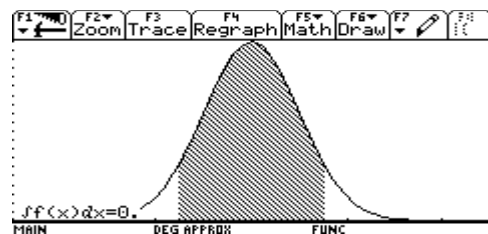
Beispiel 690a)

Geg.: $\mu = 10$ (mm)

$\sigma = 0,02$ (mm)

Ges.: % Ausschuss bei $\Delta X = 0,03$ (mm)

$\text{gauss}(10, 0.02, x) \rightarrow y1(x)$



Der Flächeninhalt ist 0 ???

Problem: Rechengenauigkeit reicht nicht aus.

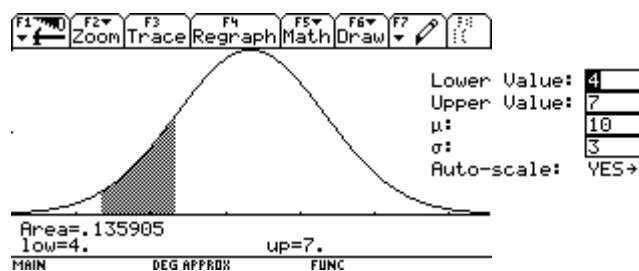
Lösung: Standardisierte Normalverteilung!

Beispiel:

Geg.: $\mu = 10$ (mm)

$\sigma = 3$ (mm)

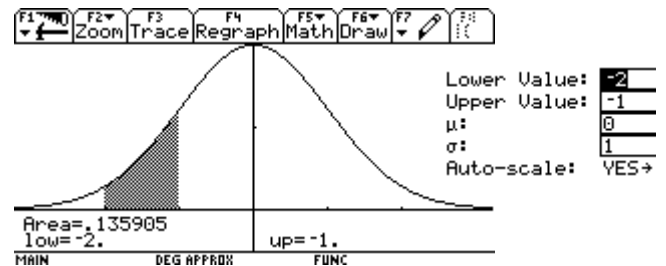
Ges.: $W(4 \leq X \leq 7)$



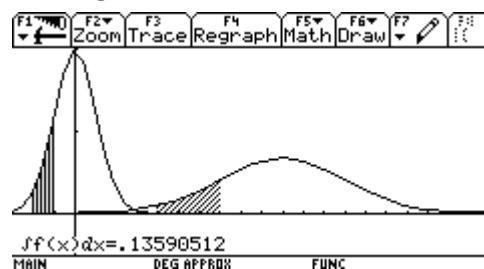
Statt der Gaussfunktion mit $\mu = 10$ (mm) und $\sigma = 3$ (mm) und den Grenzen 4 und 7 kann man auch (durch Koordinatentransformation) die Gaussfunktion mit

$\mu = 0$ (mm) und $\sigma = 1$ (mm) und den Grenzen $\frac{4-10}{3}$

und $\frac{7-10}{3}$ verwenden:



Der Vergleich beider Dichtefunktionen zeigt:



Obwohl die beiden Gaussfunktionen durch den verschiedenen Mittelwert und die verschiedene Standardabweichung verschiedene Lage und Form haben, ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit jeweils die gleiche wie oben!

Wir rechnen am Homescreen nach ...

$$\begin{aligned} & \int_4^7 \text{gauss}(10, 3, x) dx = .135905121983 \\ & \int_{-2}^{-1} \text{gauss}(0, 1, x) dx = .135905121983 \end{aligned}$$

... und definieren daher eine „standardisierte Normalverteilungsfunktion“ durch:

$$\int_{\frac{u-\mu}{\sigma}}^{\frac{o-\mu}{\sigma}} \text{gauss}(0, 1, x) dx \rightarrow \text{svt}(\mu, \sigma, u, o)$$

$$\text{svt}(10, 3, 4, 7) = .135905121983$$

$\text{svt}(10, 3, 4, 7)$ liefert wieder die gesuchte W!

$\text{svt}(\mu, \sigma, u, o)$ liefert somit die Wahrscheinlichkeit $W(u \leq X \leq o)$ für eine normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ .

Jetzt lässt sich auch das Beispiel 690a) leicht ausrechnen:

$$\text{svt}(10, .02, 9.97, 10.03) = .866385597462$$

Der Ausschuss beträgt rund $1 - 0,87 = 0,13$, also 13%

Wozu das Ganze?

Beispiel 690b) Wie muss man die Toleranzgrenzen $10 - c$ und $10 + c$ wählen, damit man nicht mehr als 5% Ausschuss hat?

Wir berechnen die Wahrscheinlichkeit für das Produkt, das in Ordnung ist, $W(10 - c \leq X \leq 10 + c) \geq 0.95$, indem wir im Data/Matrix-Editor eine Tabelle erstellen:

	F1 Plot	F2 Setup	F3 Cell	F4 Header	F5 Calc	F6 Util	F7 Stat
DATA							
	c1	c2	c3				
1	.03	.8663856					
2	.035	.91988169					
3	.04	.95449974					
4	.045	.97555105					
5	.05	.98758067					
6							
7							

c1=seq(c,c,.03,.05,.005)
MAIN DEG APPROX FUNC

c2=seq(svt(10,.02,10-c,10+c),c,.03,.05,.005)

Beachte: Die Spaltenwerte werden durch die Sequenz-Funktionen in den Spaltenköpfen c1 und c2 berechnet! Wir erkennen: Bei $c = 0.04$ ist die Wahrscheinlichkeit noch größer als 0.95.

Man muss daher die Toleranzgrenzen mit 9.96 und 10.04 wählen!

Noch genauer kann man das Toleranzintervall bestimmen, wenn man die Folgen genauer eingrenzt:

	F1 Plot	F2 Setup	F3 Cell	F4 Header	F5 Calc	F6 Util	F7 Stat
DATA							
	c1	c2	c3				
1	.035	.91988169					
2	.036	.92813936					
3	.037	.93568645					
4	.038	.94256688					
5	.039	.94882388					
6	.04	.95449974					
7							

c1=seq(c,c,.035,.04,.001)
MAIN DEG APPROX FUNC

Allerdings ist auch hier das Ergebnis: c=0.04!