# Volumsberechnungen

**(Volumen und Integral)**

Beispiel 190)

Zuerst berechnen wir das Volumen des Körpers näherungsweise durch eine Summe von „sehr flachen" Quadern. Die Grundfläche des Quaders ergibt sich aus der Querschnittsfläche des Körpers, die Höhe des Quaders ist zum Beispiel 4 Tausendstel der Höhe des Körpers:

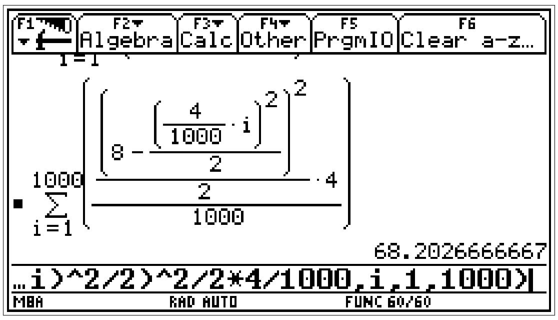
$$V = \sum_{i=1}^{1000} V_i$$

$$V_i = Q_i \cdot \frac{4}{1000}$$

$$Q_i = \frac{d(i)^2}{2}$$

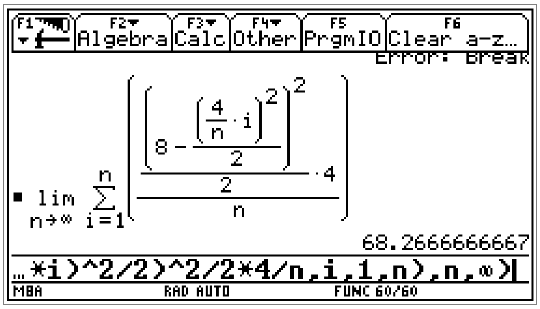
$$d(i) = \frac{8 - \left(\frac{4}{1000} \cdot i\right)^2}{2}$$

Wir geben ein



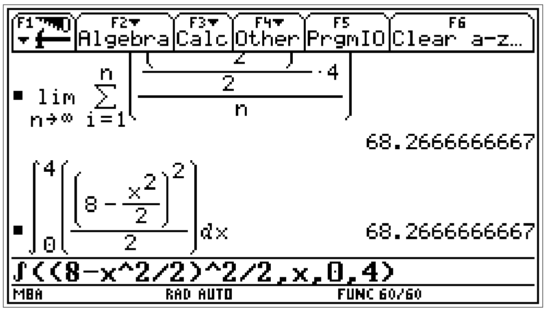

und erhalten rund 68 $e^2$

Wir überlegen: Wann wird das Ergebnis möglichst genau sein? Dazu unterteilen wir die Höhe des Körpers in immer mehr (n-) Teile und führen den Grenzübergang $n \to \infty$ durch:




und erhalten den „genauen" Wert!

Alternative: Wir verwenden statt der „unendlichen Summe" das bestimmte Integral:




und erhalten das Ergebnis viel schneller.

<u>Zusammenfassung:</u>

Das Volumen eines Körpers, dessen Querschnittsfläche durch die Funktion Q(x) beschrieben wird lässt sich im Intervall [a,e] durch

$$V = \int_a^e Q(x)\,dx$$

berechnen.

Bemerkung: Bei Rotationskörpern, deren Umriss durch eine Funktion f(x) beschrieben wird, gilt

$Q(x) = \pi \cdot f(x)^2$ und somit: $$V = \pi \cdot \int_a^e f(x)^2\,dx$$