Graphische Darstellung von Messwerten am Beispiel einer Kostenfunktion

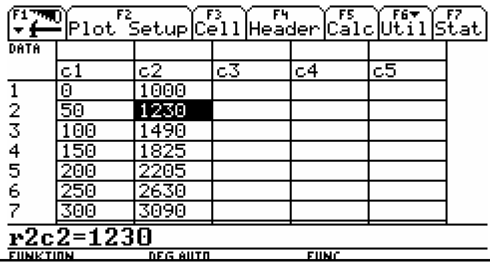
***Beispiel*:** Die Abhängigkeit der **Gesamtkosten K(x)** eines Betriebes von der Anzahl der **produzierten Stück x** wurde für einige Werte **empirisch ermittelt** und in einer Wertetabelle (siehe erste Spalte) zusammengefasst. Stelle die **Messwerte graphisch** dar und untersuche, ob die Messwerte besser durch eine **lineare oder eine quadratische Kostenfunktion** beschrieben werden können.

- **Erstellen** einer Datentabelle unter dem Namen K1 in der
- in der Spalte C1 Werte für die Stückzahl x, in Spalte C2 Werte für die zugehörigen Kosten K(x) eingegeben werden.

x	K(x) in €
0	1000
50	1230
100	1490
150	1825
200	2205
250	2630
300	3090

(APPS) – Data/Matrix wähle 3: New
Type: Data
Folder: main
Variable: K1

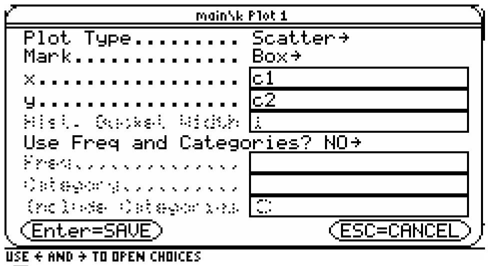
Mit Enter wird das DataMatrix Fenster geöffnet – eine Tabelle, in der bis 99 Spalten und in jeder Spalte 999 Elemente eingegeben werden können.
C1 C2 C3 …..……. Kopfzeilen
Zelle z.B. r2c2 ……2. Zeile, 2. Spalte
(Änderung der Zellbreite: ?F)



Hinweise:
Wird eine Zelle nicht belegt, erscheint undef. Die Spalten müssen nicht gleich lang sein (bei Wahl einer Matrizen-variablen aber schon).
Man kann den Data/Matrix Editor jederzeit verlassen und dann wieder zurückkehren, indem man bei Data/Matrix 1: Current wählt.
Löschen einer Spalte: Cursor in diese Spalte F6(Utilities) 5:ClearColumn oder 2:Delete …….

- **Zeichnung vorbereiten**:
  "Zeichenblatt" (Plot1,Plot2,...) auswählen
- **Festlegen (definieren) was wie gezeichnet** werden soll:
  Type (Art): Scatter (Streuungsdiagramm) – Datenpunkte aus x und y werden als Koordinatenpaare geplottet durch das bei **Mark** gewählte Symbol (Box oder Cross …..) gezeichnet. (Vor. Spalten für x und y müssen gleich lang sein.
  X: auf der x-Achse Werte aus Spalte C1
  Y: auf der y-Achse Werte aus Spalte C2

F2 Plot Setup
z.B. Plot 1 auswählen (ist dunkel unterlegt)
F1 Define



Enter
Plot 1 ist „angehakt"und kann gezeichnet werden

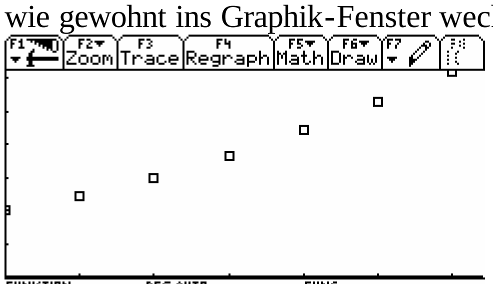
- Bevor Zeichnung ausgeführt wird: **Maßstab auf Achsen** festlegen
- **Zeichnen lassen**

Mit F3 kann man eingegebene Werte wieder ablesen

Überlege:
Sieht dies nach einer linearen oder eher einer quadratischen Kostenfunktion aus?

Window Fenster (wie gewohnt)öffnen:
0 < x < 320 xscal = 50   0 < y < 3100 yscal = 500

wie gewohnt ins Graphik-Fenster wechseln:



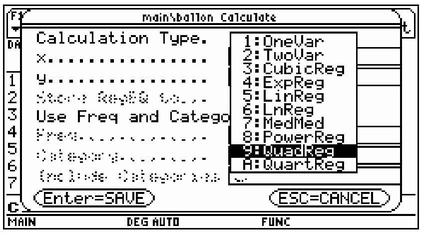
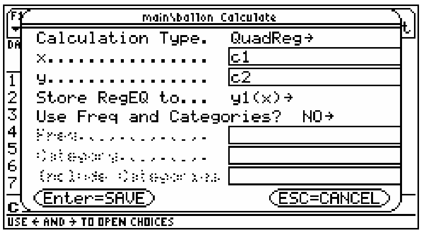
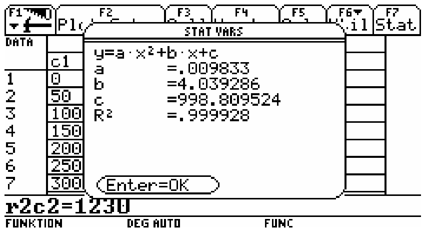
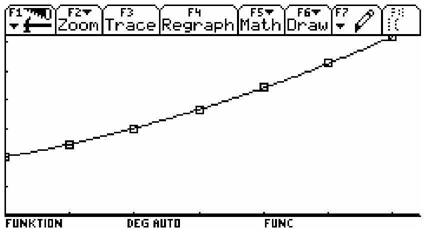
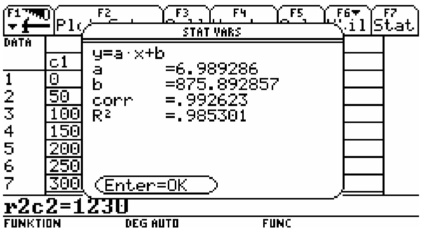
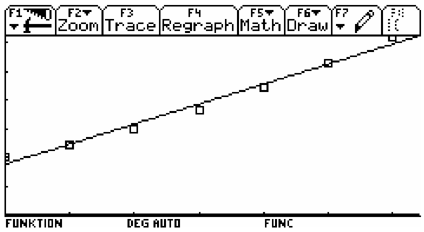
Anpassung der Daten durch eine Funktion – REGRESSION

Die gegebenen Daten können durch eine passende Funktion angenähert werden. Diesen Vorgang nennt man Regression der Daten. Diese lässt sich mit dem Voyage sehr leicht durchführen.

(Die dahinterstehende Theorie werden wir in der 7. und 8. Klasse kennenlernen – heuer steht nur das „Handling“ dieses sehr hilfreichen mathematischen Werkzeugs auf dem Programm)

- Wechsle über APPS .... **Data/Matrix** ....**Current** in die Tabelle:

Wir werden als erstes eine quadratische Funktion durch die gegebenen Punkte zeichnen und rechnen lassen:

Wähle **F5 Calculation**: Und öffne CalculationType:  wähle **quadr.Reg**., **Enter**	Die x und y Werte für die Regression müssen aus der Tabelle Spalte C1 bzw. C2 genommen werden:  Berechnete **Gleichung wird unter y1(x) gespeichert!!!!**	Drücken von **Enter** liefert das Ergebnis der quadr. Regression das unter y1(x) bereits abgespeichert wurde: 
Die gegebenen Daten wurden durch eine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$ angenähert. Die Koeffizienten können dem Bildschirm entnommen werden. $Y1(x) = 0{,}01x^2 + 4x + 1000$ (hier genähert)	Eine eigene Eingabe der Funktion wäre mühsam, daher wurde sie bereits unter y1(x) gespeichert und kann nun im **Graphik** Bildschirm sofort gezeichnet werden:	
Führe nun selbständig eine **Regression der Daten mittels einer linearen Funktion** durch - dafür musst du LinReg wählen – und speichere die Funktion unter y2(x). Dein Ergebnis muss so aussehen:	 y2(x) = 7x + 876	

Zusätzliche Hinweise: Calculation Type
1: OneVar .... Statistiken mit einer Variablen, 2: TwoVar .... Statistiken mit zwei Variablen
3: CubicReg ... kubische Regression durch ein Polynom $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Voraussetzung: mind. 4 Datenpunkte 4:
*4: ExpReg .... Exponentialregression: $y = ab^x$, 5: **LinReg** .... **Lineare Regression: $y = ax + b$***
6: LnReg .... Logarithmische Regression: $y = a + b\ln(x)$, 7: MedMed .... Median-Median – siehe Statistik
*8: PowerReg ... Potenzregression $y = ax^b$, 9 : **QuadReg ... Quadratische Regression $y = ax^2 + bx + c$** (mind. 3D.)*
A: QuartReg ... Regression vierter Ordnung: $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ (mind. 5 D..)
B: SinReg C: Logistic

Güte de r Regression: Welche der berechneten Funktion ist passt nun besser die Datenpunkte an?
Bei der Anzeige der Koeffizienten der gewählten Regression wird auch der **Korrelationskoeffizient R^2** angegeben. Er ist ein Maß für die Güte der Regression. Die Regression nähert die Ausgangsdaten dann gut an, wenn dieser **Regressionskoeffizient einen Wert in der Nähe von 1 (bzw. –1)** hat.
Bei unserem Beispiel beträgt R^2 0.999928 für die quadratische Regression und 0,985301. Eigentlich sind beide Regressionen sehr gut, aber die Näherung der Daten durch eine quadratische Funktion ist besser.

Beispiele:

1. Die Abhängigkeit der Gesamtkosten K(x) eines Betriebes vom Beschäftigungsgrad x wurde für einige Werte empirisch ermittelt, sie kommt in folgender Wertetabelle zum Ausdruck:

X	0	10	20	30	40	50	60
K(x)	50	80	100	110	115	125	150

Zeichne diese Werte in einem Scatterdiagramm, ermittle mittels Regression a) eine lineare, b) eine quadratische, gib deren Gleichungen sowie den Wert des Regressionskoeffizienten an und zeichne die gefundenen Funktionen ebenfalls ein (Skizze im Heft!) Welche Funktion nähert die gegebenen Daten am besten an. Wie sieht man dies am Regressions- (bzw. Korrelationskoeffizienten)?

2. Wie Bsp. 1 für folgende Daten:

X (in 10^3 Stück)	1	2	3	4	5	6	7
K(x) in 10^3 S	8	10	10,5	11,5	12,5	14,5	18,5

3. Ein Betrieb stellt folgende Abhängigkeit zw. Produktionsmenge x : 10; 15; 20; 25; 30; 40 und Gesamtkosten K(X) : 300; 350; 400; 500; 650; 850 fest. Zeichne die Punkte und ermittle mittels Regression eine passende Kostenfunktion.

4. Ein Produktionsbetrieb stellt durch eine Marktanalyse die folgende Abhängigkeit zwischen den Preisen p(x) und den nachgefragten Mengen x fest:

X in ME	2	3	4	5	6
P(x) in GE/ME	45	30	25	15	7

Fertige eine Zeichnung an. Ermittle durch Regression die Gleichung einer linearen und einer quadratischen Nachfragefunktion. Welche paßt sich besser den Daten an. Ermittle für die lineare Funktion auch die Sättigungsmenge und den Höchstpreis.

5. Bei einem Produkt wird der Verkaufspreis schrittweise von 1250.—auf 1000.-- € gesenkt. Mit dieser Preissenkung ist eine Hebung des Absatzes verbunden:

Preis p	1250	1220	1170	1130	1000
Menge x	100	120	140	160	210

Ermittle die Nachfragefunktion und stelle die Erlösfunktion auf. Wann ist der Erlös gleich Null, wann ist er maximal. Wie groß ist der Verkaufspreis bei der erlösmaximalen Absatzmenge. Überlege: Ist an dieser Stelle auch der Gewinn maximal?

6. x gibt die Körpergröße und y die mittlere Sprunghöhe in cm an. Berechne unter der Annahme eines linearen Zusammenhanges die Funktion der Sprunghöhe in Abhängigkeit von der Körpergröße. Ermittle sodann die mittlere vermutete Sprunghöhe eines 177 cm großen Springers.

X (in cm)	165	170	175	180	185
Y (in cm)	120	126	142	154	158