Thema: Ausbreitung eines Gerüchtes

Mag. Peter Nussbaumer, 1. April 2005

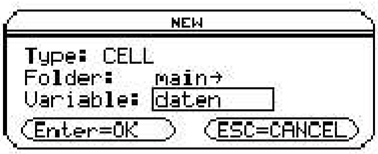
Tag	Anzahl
0	20
1	38
2	69
3	128
4	234
5	427
6	767
7	1348

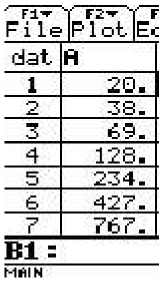
Nach den Ferien: Ein Schüler berichtet, er hätte in den Ferien den Mathematiklehrer im Kasino des Urlaubsortes als großen Glückspilz erlebt. Der Mathematiklehrer habe einen großen Geldbetrag (man munkelt es wären über 250000 €) im Rollette gewonnen. Er erzählt dies seinen 19 Klassenkameraden. Die Nachricht verbreitet sich in der kleinen Bezirkshauptstadt "wie ein Lauffeuer". Die Anzahl der informierten Personen ist für die ersten 7 Tage in der nebenstehenden Tabelle angegeben.

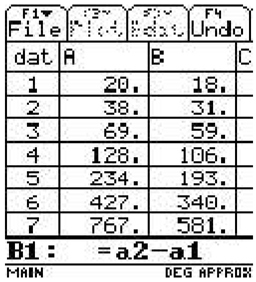
Beschreibe den Wachstumsprozess rekursiv durch ein geeignetes Modell, wenn du annimmst, dass in der Bezirkshauptstadt 7000 Personen wohnen und dass alle in gleicher Weise das Gerückt weiterverbreiten.

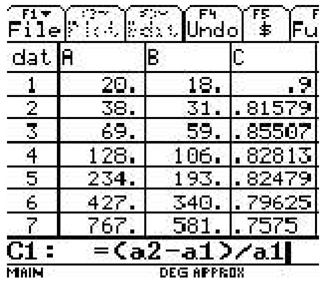
Wir überlegen: Ist das angegebene Wachstum eher ein lineares oder ein exponentielles? Dazu bestimmen wir die mittlere absolute und relative Änderung:

Dazu verwenden wir die Applikation "CellSheet" und geben die Werte in den Feldern A1 bis A8 ein:



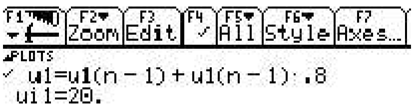


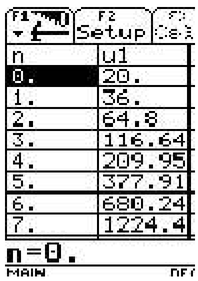


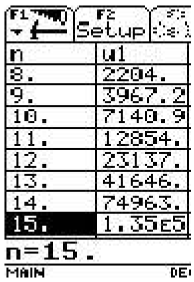


Anschließend berechnen wir die absolute und die relative Änderung (Beachte die Formeln in B1 bzw. C1, die dann jeweils noch 7 mal nach unten kopiert werden).

Wir sehen: Die mittlere absolute Änderungsrate nimmt deutlich zu, die mittlere relative Änderungsrate (q) ist nahezu konstant ($q \approx 0{,}8$). Wir definierten daher ein exponentielles Wachstumsmodell:







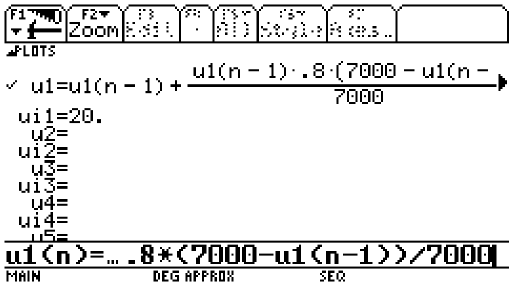
Die ersten 8 Tage passen gut mit der Angabe überein, doch weitere 8 Tage lassen unseren ersten Versuch kläglich scheitern!

Das Problem ist, dass nach kurzer Zeit, die meisten Bewohner das Gerücht schon kennen und daher die Zunahme der Informierten schließlich immer schleppender vor sich geht. Und sicher können nicht mehr als maximal 7000 Menschen informiert werden!

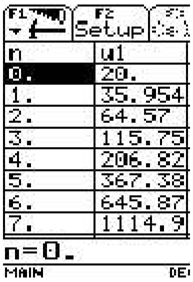
Thema: Ausbreitung eines Gerüchtes

Mag. Peter Nussbaumer, 1. April 2005

Wir ergänzen daher unser erstes Wachstumsmodell durch einen Korrekturfaktor $\frac{7000 - u1(n-1)}{7000}$, der die Grenze von 7000 Menschen enthält:

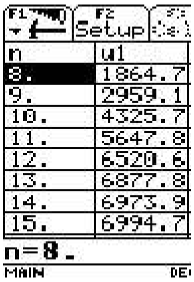


Die Tabelle und der Graph zeigen uns ...



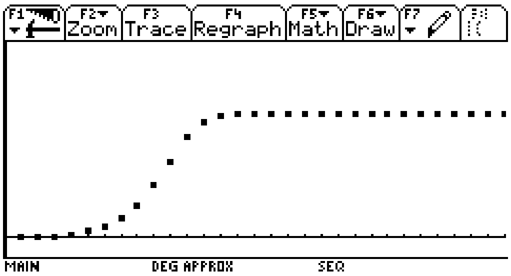
n	u1
0.	20.
1.	35.954
2.	64.57
3.	115.75
4.	206.82
5.	367.38
6.	645.87
7.	1114.9

n=0.



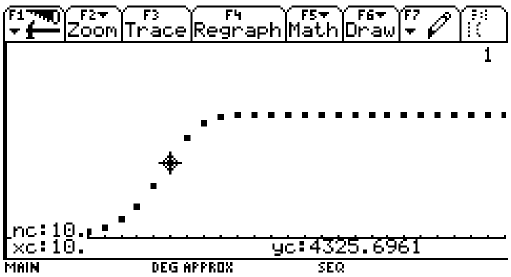
n	u1
8.	1864.7
9.	2959.1
10.	4325.7
11.	5647.8
12.	6520.6
13.	6877.8
14.	6973.9
15.	6994.7

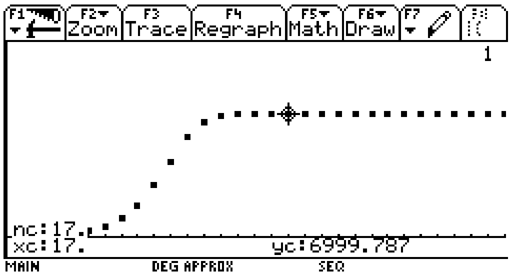
n=8.



... eine gute Übereinstimmung.

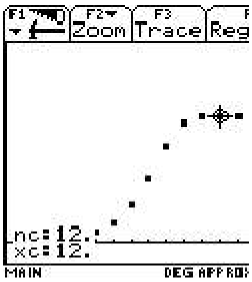
Mit <F3> “Trace” können wir leicht einige Fragen beantworten:



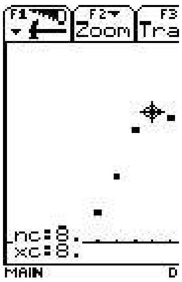


An welchem Tag sind mehr als 50% der Bevölkerung informiert? Ab dem 10. Tag ...
Ab wann wissen praktisch alle Bewohner davon? Ab dem 17. Tag ...

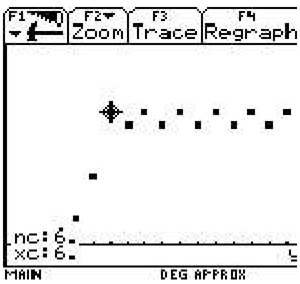
Zuletzt experimentieren wir mit dem Wachstumsfaktor q und geben statt 0,8 der Reihe nach 1, 1,5 , 2 , 2,5 und 3 ein (in den Abbildungen wurde der Trace-Cursor auf das “Ende” der Gerüchtsausbreitung gesetzt):



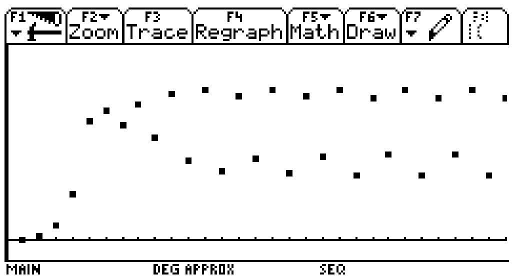
q = 1



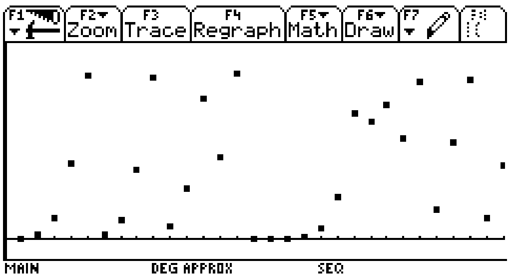
q = 1,5



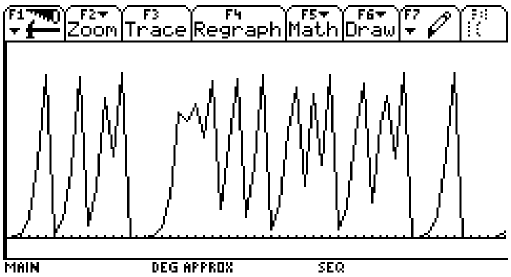
q = 2



q = 2,5



q = 3



q = 3

Wir erkennen: Wird der Wachstumsfaktor q größer als 2,5, dann wird das Wachstumsmodell “chaotisch”