Thema: Wachstum

Mag. Peter Nussbaumer, 1. April 2005

Änderungen

... können **absolut** oder **relativ** berechnet werden.

Wiederhole die Grundbegriffe der Prozentrechnung! ($p = \frac{PA}{GW} \cdot 100$ usw.)

Wir bestimmen in unserem Beispiel

1) die jährliche Teuerung eines Produktes von S 1000,- um S 50,- (vgl. u1) und

2) die jährliche prozentuelle Teuerung des Produktes von S 1000,- um 5% (vgl. u2)

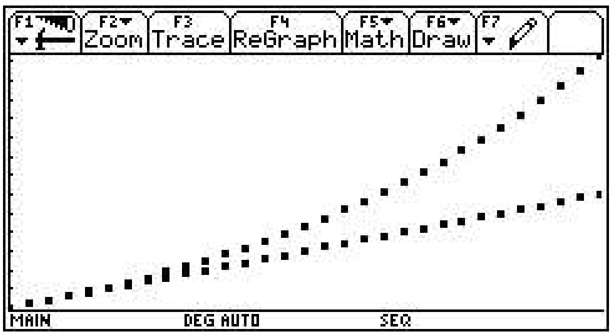
die **mittlere absolute Änderungsrate** (Preisdifferenz / Zeitdifferenz) und die **mittlere relative (prozentuelle) Änderungsrate** (mittlere absolute Änderungsrate / Bezugswert):

Wir geben die Funktionsterme rekursiv an:

u1 ... lineares Wachstum
u2 ... exponentielles Wachstum

```
✓ u1=u1(n - 1) + 50
  ui1=1000
✓ u2=u2(n - 1) + u2(n - 1)·.05
  ui2=1000
```

und betrachten die Graphen:



Zur Berechnung der Änderungsraten definieren wir vier Funktionen, die für eine bestimmte Zeit d und für ein bestimmtes Jahr n die Änderungsraten ausgeben:

a ... mittlere absolute Änderungsrate
ra ... mittlere relative Änderungsrate

```
F1  F2 Algebra | F3 Calc | F4 Other | F5 PrgmIO | F6 Clear a-z...
■ Define a1(n,d)=(u1(n) - u1(n - d))/d               Done
■ Define a2(n,d)=(u2(n) - u2(n - d))/d               Done
■ Define ra1(n,d)=(u1(n) - u1(n - d))/(d·u1(n - d))  Done
■ Define ra2(n,d)=(u2(n) - u2(n - d))/(d·u2(n - d))  Done
MAIN      DEG AUTO      SEQ 21/30
```

und berechnen einige Werte:

```
F1  F2 Algebra | F3 Calc | F4 Other | F5 PrgmIO | F6 Clear a-z...
■ seq(a1(n,1),n,1,10)
  {50.   50.   50.   50.   50.   50.   50.  ▶
■ seq(a2(n,1),n,1,10)
  {50.   52.5   55.125   57.8813   60.7753 ▶
■ seq(ra1(n,1),n,1,10)
  {.05   .047619   .045455   .043478   .041▶
■ seq(ra2(n,1),n,1,10)
  {.05   .05   .05   .05   .05   .05   .05  ▶
MAIN      DEG AUTO      SEQ 8/30
```

Dabei wurde der „sequence“ - Befehl verwendet:

`seq(term(n),n,anf,end)`

`term` ... Term in n
`n` .... Argument des Terms
`anf` .... Anfangswert
`end` ..... Endwert

Wir erkennen in unseren Beispielen:

- ☻ Die mittlere absolute Änderungsrate ist beim linearen Wachstum konstant, sie nimmt beim exponentiellen Wachstum zu.
- ☻ Die mittlere relative Änderungsrate nimmt beim linearen Wachstum ab, sie ist beim exponentiellen Wachstum konstant.

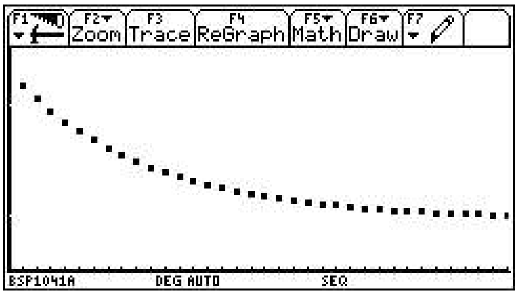
Verwende zur Kontrolle des Beispiels die definierten Funktionen a1, a2, ra1 und ra2!

Hinweis: Die Funktionsterme müssen in u1 (linerares Wachstum) und u2 (exponentielles Wachstum) gespeichert werden!

Beispiele:

<u>Lineares Wachstum: siehe vorige Seite!</u> u(0) = 1000,
u(n) = u(n-1) + 50

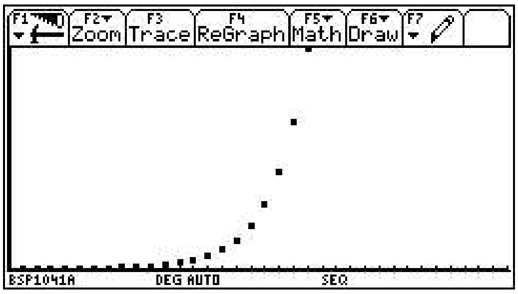
<u>Begrenztes Wachstum: Auskühlen einer Tasse Kaffee:</u>



Eine Tasse Kaffee (Anfangstemperatur 90˚) kühlt auf Zimmertemperatur (23˚) ab, indem sie pro Minute um 10% der Temperaturdifferenz abkühlt (eigentlich negatives Wachstum = lineare, begrenzte Abnahme):

u(0) = 90
u(n) = u(n-1) - (u(n-1) - 23)*0,1

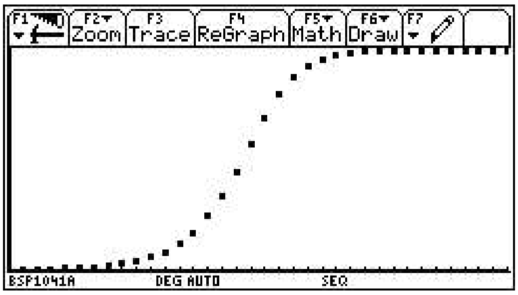
<u>Exponentielles Wachstum: Ausbreiten einer Epidemie:</u>



Eine Grippeepedemie nimmt rasant zu, anfangs sind 10 Personen erkrankt, pro Tag kommen 50% Neuerkrankungen hinzu (vergleiche auch vorige Seite, dort: u(n) = u(n-1) + u(n-1)*0.05):

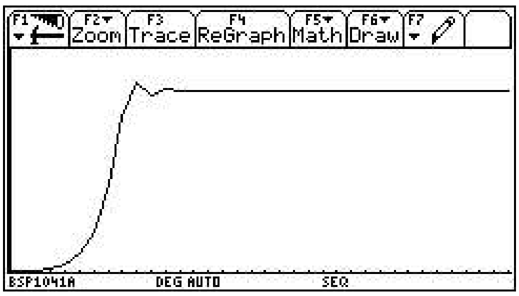
u(0) = 10
u(n) = u(n-1) + u(n-1)*0.5

<u>Logistisches Wachstum: Ausbreiten einer Epidemie (begrenzt):</u>

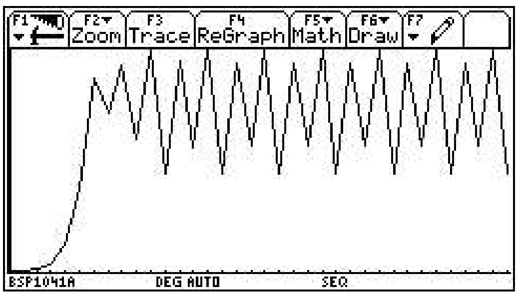


Eine Grippeepidemie nimmt rasant zu, anfangs sind 10 Personen erkrankt, pro Tag kommen 50% Neuerkrankungen hinzu (siehe nächste Seite!). Da nur maximal 10000 Personen infiziert werden können, nimmt schließlich die Zunahme der Erkrankungen wieder ab - Korrekturfaktor berücksichtig die Wahrscheinlichkeit, noch nicht erkrankte Personen anzutreffen:

u(0) = 10
u(n) = u(n-1) + u(n-1)*0.5*(10000 - u(n-1)) / 10000



Zuwachs um 150 % pro Tag



Zuwachs um 250% pro Tag

Bei Zuwächsen über etwa 300 % pro Tag wird das Wachstumsmodell völlig chaotisch! (Kleinste Änderungen des Prozentsatzes ziehen ein völlig andere Wachstum nach sich ...